

助成番号：178

密閉された湿った粒子層中の鉛直方向 一次元の熱と水分の同時移動の理論解析

長谷川 敏 男

教養課程物理学研究室

1. 目 的

この研究は、はじめ内部が等温、等含水率に保たれ、上下両表面を密閉した湿った粒子層を、ある時刻以後上表面は一定の高温に下表面ははじめの温度に保つと、時間が経つにつれて粒子層中の上下方向の温度分布および含水率分布がどのように変化し、それにもなって水分移動がどのように起るかを理論的に調べることを目的としている。この問題は、湿った多孔性物質あるいは粒状物質中の熱と水分の同時移動のメカニズムを調べるために重要な問題である。湿った多孔性物質中の熱と水分の同時移動の研究は、土壌表面からの水分の蒸発、各種の湿った多孔性物質の乾燥、建築用材、断熱材の伝熱特性など実用的な研究と密接に結びついているので、従来、実用と関連して多数の研究が行われており、その結果、定性的には可なり多くの事柄が判っているが、定量的には未だ不明確な点が多い。この研究はそのような事柄を理論的にもっと詳しく調べてみることを最終目的としている。

2. 方 法

湿った多孔性物質中に温度勾配が存在するとき、熱の流れと水分の移動（水蒸気と液相の水の移動）が同時に生ずる。これらの流れは密接に結びついている。この物質中の熱と水分の同時移動の基礎方程式は、鉛直方向一次元の場合、次のようにあらわされる。

$$\frac{\partial (\rho H)}{\partial t} = - \frac{\partial Q}{\partial z}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial (\epsilon_e \rho_v)}{\partial t} = - \frac{\partial q_v}{\partial z} + E, \quad (2)$$

$$\frac{\partial (\rho_w \varphi_w)}{\partial t} = - \frac{\partial q_w}{\partial z} - E. \quad (3)$$

(1)式は熱移動の式、(2)、(3)両式はそれぞれ水蒸気および液相の水の移動の式である。ここで ρ は試料の密度 (gcm^{-3})、 H は試料の単位質量あたりのエンタルピー (cal g^{-1})、 Q は熱流束 ($\text{cal cm}^{-2} \text{s}^{-1}$)、 ϵ_e は有効空隙率 ($=\epsilon - \varphi$ 、 ϵ は乾燥状態の空隙率、 φ は容積含水率をあらわす)、 ρ_v は水蒸気密度 (gcm^{-3})、 ρ_w は液相の水の密度 (gcm^{-3})、 φ_w は液相の水の容積含水率、 q_v 、 q_w はそれぞれ水蒸気と液相の水の流束 ($\text{gcm}^{-2} \text{s}^{-1}$)、 E は蒸発速度又は凝結速度 ($\text{gcm}^{-2} \text{s}^{-1}$) を、 t は時刻 (s)、 z は上向きに正の座標 (cm) をあらわす。

ρH は試料の単位体積あたりのエンタルピー (cal cm^{-3}) で、次式であらわされる。

$$\rho H = C\theta + L_e \epsilon_e \rho_v, \quad (4)$$

ここで C は試料の単位体積あたりの熱容量 ($\text{cal}^\circ\text{C}^{-1} \text{cm}^{-3}$)、 θ は温度 ($^\circ\text{C}$)、 L_e は 0°C における水の蒸発熱 (cal g^{-1}) である。

また、熱流束 Q は伝導による熱流束と水蒸気の拡散による熱流束と液相の水の移動にともなう熱流束の和と考えられるので、次式によってあらわされる。

$$Q = - \lambda_c \frac{\partial \theta}{\partial z} + L q_v + c_w \theta q, \quad (5)$$

ここで λ_c は試料の純熱伝導率 ($\text{cal cm}^{-1} \text{s}^{-1} \text{C}^{-1}$)、 L は水の蒸発熱 (cal g^{-1})、 c_w は水の比熱 ($\text{cal}^\circ\text{C}^{-1} \text{g}^{-1}$)、 q は水分の流束 ($=q_v + q_w$) である。

一方、水蒸気の流束 q_v および液相の水の流束 q_w はそれぞれ次式であらわされる。

$$q_v = - \rho_w D_{\theta v} \frac{\partial \theta}{\partial z} - \rho_w D_{\varphi v} \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad (6)$$

$$q_w = - \rho_w D_{\theta w} \frac{\partial \theta}{\partial z} - \rho_w D_{\varphi w} \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \rho_w K, \quad (7)$$

ここで、 φ は容積含水率、 $D_{\theta v}$ 、 $D_{\varphi v}$ 、 $D_{\theta w}$ 、 $D_{\varphi w}$ はそれぞれある種の拡散係数 ($\text{cm}^2 \text{s}^{-1} \text{C}^{-1}$ 又は $\text{cm}^2 \text{s}^{-1}$) でそれぞれ次の様にあらわされる。 K は不飽和透水係数 (cms^{-1}) である。

$$\left. \begin{aligned} D_{\theta v} &= \epsilon D_a v h \xi \frac{d\rho_{vs}}{d\theta} / \rho_w, & (\varphi \leq \varphi_k) \\ &= (\epsilon - \varphi) \left(1 + \frac{\varphi}{\epsilon - \varphi_k} \right) D_a v h \xi \frac{d\rho_{vs}}{d\theta} / \rho_w, & (\varphi \geq \varphi_k) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$D_{\varphi v} = 0.67 (\varepsilon - \varphi) D_a \nu \rho_{vs} \frac{dh}{d\varphi} / \rho_w, \quad (9)$$

$$D_{\theta w} = K \frac{\Psi}{\gamma_w} \cdot \frac{d\gamma_w}{d\theta}, \quad (10)$$

$$D_{\varphi w} = K \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi}, \quad (11)$$

ここで、 D_a は空気中における水蒸気の分子拡散係数 (cm^2s^{-1}) で、温度勾配による拡散に対しては次の様にあらわされる。

$$D_a = 4.42 \times 10^{-4} T^{2.3} / P, \quad (12)$$

ここで、 T は絶対温度 ($^{\circ}\text{K}$) を、 P は気体の全圧 (mmHg) をあらわす。また、 ν はmass-flow factor とよばれる係数で、次の式であらわされる。

$$\nu = \frac{P}{P-p} = \frac{P}{P-hp_s}, \quad (13)$$

ここで、 p は水蒸気の分圧 (mmHg)、 p_s は飽和水蒸気圧 (mmHg) で、 h は相対湿度である。

また(8)式において、 ρ_{vs} は飽和水蒸気密度 (gcm^{-3})、 φ_k は液相の連続性が失われる容積含水率である。 ξ は空隙中の平均温度勾配と試料中の温度勾配の比で、理論的に計算することが出来る。(9)式における0.67と云う数字は水蒸気拡散に対する屈曲係数である。(10)式の Ψ は毛管ポテンシャル (cm) で実験から求められる。 γ_w は水の表面張力 (dyne cm^{-1}) である。

なお、(6)、(7)の両式から、次の式がえられる。

$$q = q_v + q_w = -\rho_w D_{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} - \rho_w D_{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \rho_w K, \quad (14)$$

ここで、 D_{θ} 、 D_{φ} はそれぞれ一種の拡散係数で、それぞれ次の様にあらわされる。

$$D_{\theta} = D_{\theta v} + D_{\theta w}, \quad D_{\varphi} = D_{\varphi v} + D_{\varphi w}. \quad (15)$$

なお、(4)式の C は試料の容積含水率 φ の一次関数で、試料の乾燥時の空隙率 ε 、因体粒子の比熱 C_s 、密度 ρ_s が判れば、任意の容積含水率 φ に対する値を計算することが出来る。また、(5)式の純熱伝導率 λ_c の値は、実験によって乾燥時と空隙が液相の水で飽和した時の熱伝導率を求めると、与えられた ε と φ の値に対して、木村の実験式を用いて可なり正確に計算することが出来る。

さて、(4)式と(5)式を(1)式に代入して計算すると、よい近似で熱移動の微分方程式(16)がえられる。

$$C \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_c \frac{\partial \theta}{\partial z} + \lambda_{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) - c_w q \frac{\partial \theta}{\partial z}. \quad (16)$$

また、(2)式と(3)式とから

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \rho_w \left(\varphi_w + \frac{\varepsilon_e \rho_v}{\rho_w} \right) \right\} = - \frac{\partial q}{\partial z},$$

ここで、 $\varphi_w + \frac{\varepsilon_e \rho_v}{\rho_w}$ は容積含水率 φ に等しいと考えられるから、右辺の q に(14)式を代入して、よい近似で次の水分移動の微分方程式(17)がえられる。

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D_{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} + D_{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial z} + K \right). \quad (17)$$

(16)式において、 λ_e は試料の有効熱伝導率 ($\text{cal cm}^{-1} \text{s}^{-1} \text{C}^{-1}$) で、次式であらわされる。

$$\lambda_e = \lambda_c + \rho_w L D_{\theta v}, \quad (18)$$

この式の右辺第2項は、拡散水蒸気による等価熱伝導率をあらわす。 λ_{φ} は次式であらわされる。

$$\lambda_{\varphi} = \rho_w L D_{\varphi v} \quad (19)$$

吾々の問題は(16), (17)の連立偏微分方程式を次の初期および境界条件のもとに解けば、時々刻々の温度 θ と含水率 φ の分布が判り、さらに(5), (6), (7), (14)の各式から熱流束 Q や水蒸気および液相の流束 q_v , q_w やその和 q などの分布が判り、したがって、試料中の熱と水分の同時移動の詳細が判る訳である。

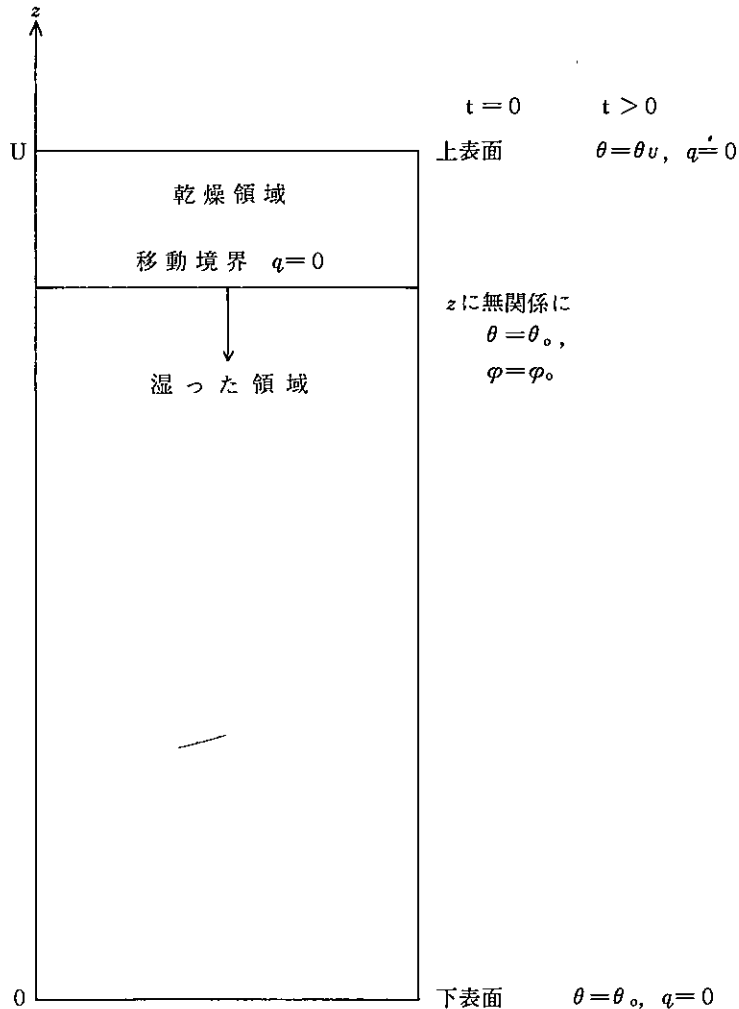


Fig. 1 湿った粒子層と移動境界

初期条件： $t=0$ のとき、 z に無関係に $\theta=\theta_0$ 、 $\varphi=\varphi_0$ 。

境界条件： $t>0$ のとき、 $z=0$ では、 $\theta=\theta_0$ 、 φ の値は $q=0$ をみたす様に決める。 $z=U$ では、 $\theta=\theta_U$ 、 φ の値は $q=0$ をみたす様に決める。

ただし、 $\varphi \geq 0$ 。もし、 $z=U$ において、 $\varphi=0$ となれば、 $q=0$ の境界を Δz だけ下向きに移動させる。ただし、常に $z=U$ において、 $\theta=\theta_U$ に保つ。以上のことを繰返す。

しかし、これらの連立微分方程式は比較的複雑な型の式であり、また(16)式の右辺第2項は非線型項であるので、解析的に解くことは困難である。それで、大型計算機を用いて数値解法によって解いた。すなわち、両式を差分化し、陰解法としてよく使われるCrank-Nicolson法を用いて解いた。

3. 結果と考察

試料として、平均粒径 40μ のガラスビーズを湿らせて作った粒子層($\varepsilon=0.404$)を採用した。これは毛管ポテンシャル Ψ の容積含水率 φ に対するデータがすでにえられているからである。これらの試料について計算した代表的な2例について、えられた結果を簡単に説明する。どちらの試料もはじめの含水率と温度は一様に保れており、温度は 20.0°C であるとし、ある瞬間から試料上表面の温度は 80.0°C 、下表面の温度ははじめと同じく 20.0°C に保れるものとする。

Fig. 2は試料No.1についての上表面昇温後の試料中の温度分布と含水率分布の時間的变化を示す。この試料のはじめの容積含水率は6.1%であった。時間がたつにつれて、試料上部の乾燥領域が下方に広がり、同時に含水率分布や温度分布も変化する様子がよく判るであろう。

約51時間後には、乾燥領域と湿った領域の境界(移動境界と云う)は進行を停止し、温度分布も含水率分布も変化しなくなった。これが定常状態である。この状態では、湿った領域における水蒸気の流れは下向き、液相の水の流れは上向きで、同じ高さでは、両者のfluxの大きさは等しくなる。また、熱流束は上から下まで一定となる。なお、移動境界の進行過程において、温度分布の屈曲点と境界面の位置がよく対応していて、乾燥領域では温度勾配が大きく、湿った領域では小さいことが判る。

Fig. 3は試料No.2についての試料中の温度分布と含水率分布の時間的变化を示す。試料のはじめの容積含水率は16.1%であった。この試料では、No.1の場合と全く違って移動境界が現れない。含水率が大きいので、毛管水の上昇速度が大きく、これ位の温度差では、毛管水の上昇速度に打ち勝って上部に乾燥領域を作ることが出来ないであろう。したがって定常状態になるのも速く、僅か8時間半位で殆んど定常状態になっている。この場合の水蒸気と液相の水の流れの関係はNo.2の場合と同じで、熱流束は上から下まで一定となっている。

なお、両例とも、液相の水が流れなくなる含水率 φ_k の値として0.060(すなわち6.0%)を採用して計算した。

まだ計算した例は数例にすぎないが、計算結果から、従来、定性的に推定されていたことがいくつも定量的に立証された。また、この場合にはこう云う結果がえられるだろうと予測していたことが、案外、見当違いであることもいくつか見出された。今後、種々の平均粒径のガラスビーズについて、 $\Psi-\varphi$ 曲線を測定し、これを用いてもっと詳しい計算を行うとともに、実際に、密閉された粒子層の鉛直方向の熱と水分の同時移動の実験を行って、実験結果と計算結果の比較検討を行ってみたいと考えている。

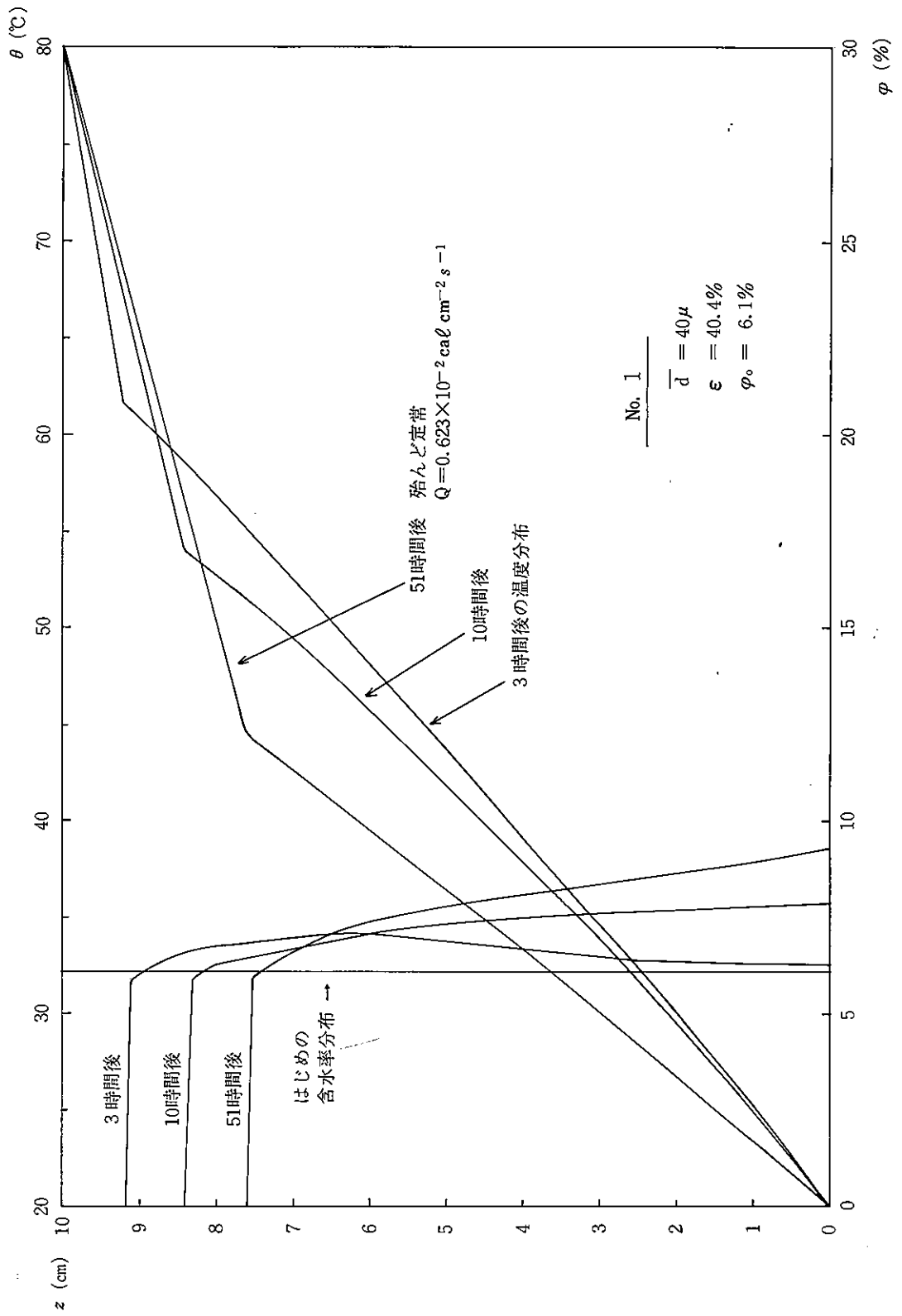


Fig. 2 温度分布と含水率分布の時間的变化 (No. 1)

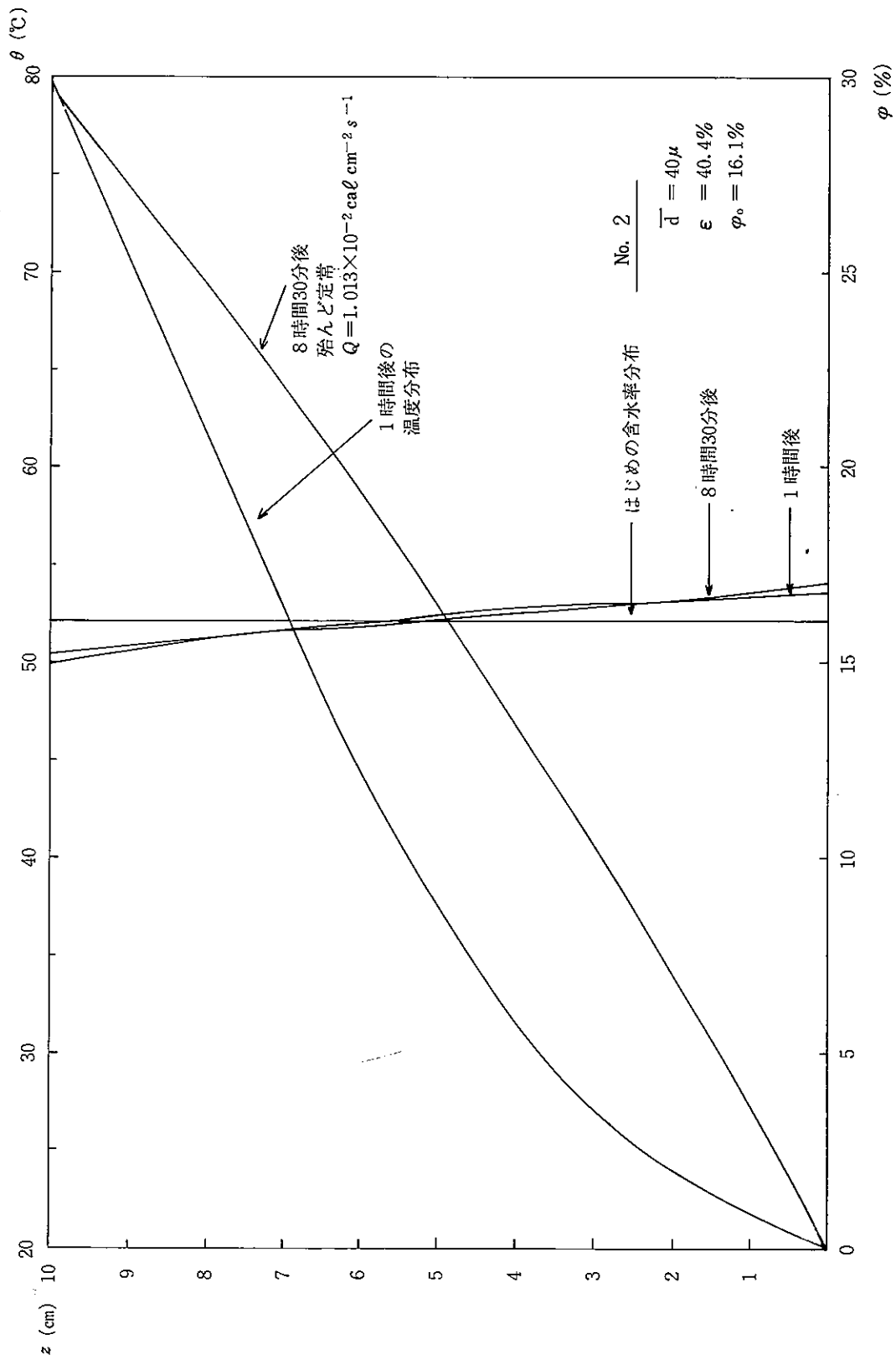


Fig. 3 温度分布と含水率分布の時間的变化 (No. 2)