

## 被けん引自由転動剛性車輪の法線応力予測モデル\*

大友功一\*<sup>1</sup>・岸本 正\*<sup>1</sup>

## 要 旨

自由転動剛性車輪の法線応力予測モデルを提案し、室内実験でその予測精度を検討した。法線応力の予測にはBekkerの応力式を導入した。この応力に関する速度の影響分はPopeの速度モデルを組み込むことで対応した。スキッドの予測には剛性車輪の実験から得た経験式を用いた。またモデル化していない接線応力は、接線応力と法線応力との比から実験式を求めて予測した。土壌の復元現象による応力は未解析で、このモデルに組み込むに至っていない。広範囲に荷重を変えて実証実験を行ない、計算値と実測値でよい一致が見られた。

[キーワード] 自由転動車輪, 剛性車輪, 法線応力, 土壌応力, 応力モデル

## Radial Stress Prediction Model on Towed Rigid Wheel\*

Koichi OHTOMO\*<sup>1</sup>, Tadashi KISHIMOTO\*<sup>1</sup>

## Abstract

A prediction model of a normal stress acting on a towed rigid wheel was proposed. Model accuracy was discussed with the comparison of the calculated and measured data. Pope's model including a sinkage rate was coupled to the Bekker's stress equation to evaluate its effect. Wheel skid was predicted with an empirical equation obtained from experiment of the towed rigid wheel. A tangential stress which has not been modeled was predicted from the tangential to the normal stress ratio and wheel contact angles. The stress produced by soil rebound under the wheel has not been analyzed. The normal stresses calculated from the model showed the good agreement with the experimental data except the section where the soil rebound occurred.

[Keywords] towed wheel, rigid wheel, radial stress, soil stress, stress model

## I 緒 言

農用車輪のけん引性能には推進力や転がり抵抗などがある。それらを研究する上で、土壌の接線応力発生と関係する法線応力の予測モデルが必要である。その目的に沿ったモデルを開発するとき

に特に問題となるのは、ゴム車輪ではKrick<sup>1)</sup>の計測例にあるように土壌反力によるラジアル方向の変形が発生することである。この現象は応力に対応したタイヤの半径方向の変形であることから、まず変形しない剛性車輪のモデルを開発し、剛性車輪の半径を応力に応じて変化させることで、ゴム車輪のモデルとすることは比較的实现可能と考える。その観点から、農用車輪のけん引性能予測モデル開発の一過程として、比較的解析が簡単な被けん引自由転動剛性車輪（以下、自由転

\* 1997年4月 第56回農業機械学会年次大会にて講演

\*1 会員, 帯広畜産大学畜産学部 (☎080-8555 北海道帯広市稲田町 ☎0155-49-5521) Obihiro University of Agriculture and Veterinary Medicine, Obihiro-shi, 080-8555 Japan.



力の垂直成分が無視できる場合の法線応力 $P$ の初期モデルは次に提案される。

$$P = (K_c/b + K_o) \{Z_0 - r_0(1 - \cos \theta)\}^n \times \{v_0 \sin \theta / (1 + i)\}^m \cos \theta \quad (6)$$

$i$ を予測するモデルとして大友の研究<sup>6)</sup>から求めた実験式を充てる。

$$i = Z_0 / r_0 \quad (7)$$

次に初期モデルで省略した接線応力の垂直成分が無視できないとき、あるいは厳密な解析を行なうときの法線応力モデルを次に提案する。

現在のところ接線応力の理論モデルを提案するに至っていない。ここでは並行して進めた実験結果として以下の経験則を導入する。実験より、円すい指数が0.65MPaでの土壌における例であるが、法線応力 $P$ と接線応力 $\tau$ とが荷重を変えた場合でも図2に示すような関係となり、最大接点角度を $\theta_{\max}$ とすると経験式として(8)、(9)式が得られた。

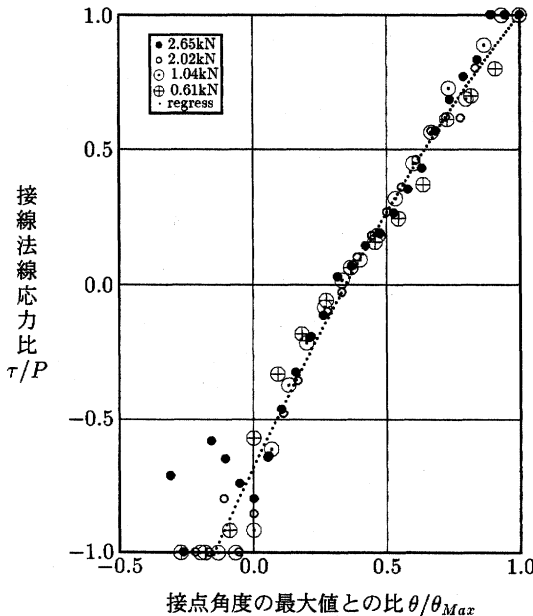


図2 被けん引自由転動剛性車輪の接線および法線応力比  
Fig. 2 Ratio of tangential to radial stress on a towed rigid wheel

$$\tau = Pf(\theta / \theta_{\max}) \quad (8)$$

$$f(\theta / \theta_{\max}) = -0.682 + 2.112(\theta / \theta_{\max}) - 0.429(\theta / \theta_{\max})^2 \quad (9)$$

土壌条件を変えたとき(8)、(9)式の関係が維持されるか否か、さらに研究が必要であるが、本研究ではこの関係から求めた経験式を初期モデルに組み込んだ実用モデルを次に示す。

対地垂直接地圧 $P_V$ は、

$$P_V = P \cos \theta + \tau \sin \theta = P \cos \theta + P \sin \theta f(\theta / \theta_{\max}) \quad (10)$$

$$P = P_V / \{\cos \theta + \sin \theta f(\theta / \theta_{\max})\} \quad (11)$$

法線応力モデルは次式として求められた。

$$P = (K_c/b + K_o) Z^n \{v_0 \sin \theta / (1 + i)\}^m / [\cos \theta + \sin \theta \{-0.682 + 2.112(\theta / \theta_{\max}) - 0.429(\theta / \theta_{\max})^2\}] \quad (12)$$

### III 実験装置および実験方法

#### 1. 実験装置

##### (1) 土槽

応力の測定には水分管理が容易な屋内設置土槽を供試した。土槽の寸法は0.45×0.9×11.2mである。土槽フレームに敷設したレール上を供試車輪を装着した台車は土槽端にあるウインチでけん引される。車輪軸荷重は載荷フレームを軸上に設置し、バラストを積み上げて調節した。軸荷重は0.58, 1.01, 1.44, 1.87, 2.20, 2.52, 2.85, 3.19, 3.52kNの9種類とした。

走行速度は実験をとおして0.10m/sとした。一度の土壌調製で5～9点の計測が可能であったので、それぞれの土壌条件に上記荷重を軽い方から順にかけ、スキッドが0.3以上を観測するまで実験を行なった。その結果、全部で29通りについての検討を可能とした。

供試土壌は国際土壌学会法による分類では砂質埴土(砂57%, シルト12%, 粘土31%)である。なおこの土壌は2mmのふるいを通させ、土塊の影響を受けないようにした。

##### (2) 供試車輪および応力計測法

実験には直径380mm、リム幅103mmの表面が滑らかな鉄車輪を供試した。法線応力の計測にはOnafeko<sup>7)</sup>型計測法を準用した。すなわち剛性車輪のリムの一部を切りとり、その開口部に103×18mmの帯鋼、それと一体のセンシングロッドお

よびストレインゲージを貼付した受圧センサ部からなる法線応力計測用荷重計を車輪にとりつけた。図3に剛性車輪の側面図を示す。荷重計出力を離散化し、受圧リムの応力とした。なお、測定装置の精度を検討するため測定応力の積分値と車輪荷重とを比較したところ、応力の垂直成分の積分値は車輪荷重とほぼ一致した。

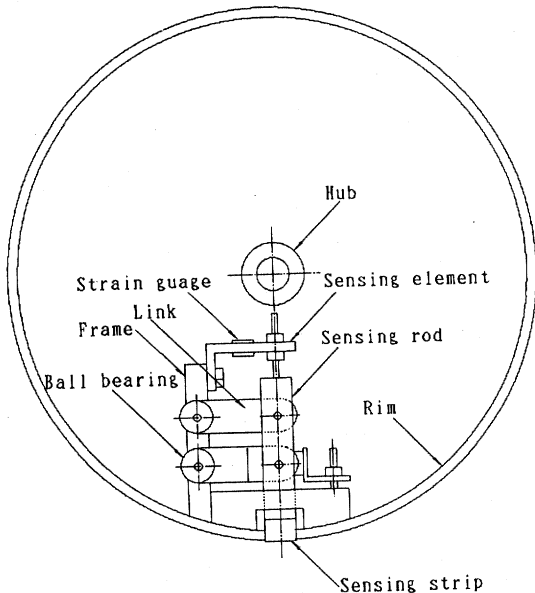


図3 供試剛性車輪の法線応力計測用荷重計側面図  
Fig. 3 Schematic side view of the radial dynamometer assembled on the test wheel

## 2. 実験方法

### (1) 土壌調製

土壌調製はロータリティラーで耕うんしたのち、自走式ローラにより1往復で鎮圧した。往きは自由転動で、帰りは自走とすることで表層に割れ目のない比較的深くまで密度が均一な土層を得た。水分調製は一連の実験毎に飽和させ、一定の土壌水分まで自然蒸発させる飽和乾燥法をとった。平均土壌水分は38%であった。これは土谷ら<sup>8)</sup>のデータから最適含水比の37%を指向したものであった。その結果、車輪前方に土壌が極端に盛り上がることはなかったが車輪表面に沿って多少の競り上がりを観測した。

### (2) 土壌条件

ローラの荷重を変えることで、密度が異なる4種類の土壌条件を得た。土壌密度と相関がある平

均円すい指数で土壌条件を示した。円すいの貫入は人力で行ない、10mm毎の円すい指数を求めた。データの統一性を保つために、貫入速度は5mm/sを目標とした。本報での平均円すい指数は貫入深350mmまでの平均値である。4種類の土壌条件は、0.30, 0.44, 0.53および0.62MPaであった。

### (3) 沈下量等の計測法

車輪沈下量は、車輪通過後の土壌復元量は僅少と考え、轍の深さを4箇所測定しその平均値を用いた。

スキッドは、車輪リム両側面に付けた2箇所の印が土壌表面を通過する点を土壌上に順次表示し、その表示間の距離を計測して求めた。走行速度が遅いので大きな誤差を生じることがないとしてこの計測法で行った。

### (4) 各土壌定数の決定

(4)式の土壌定数 $m$ は、Popeと同様の土壌貫入試験を行い、 $m=0.25$ として求められた<sup>9)</sup>。

車輪沈下量およびスキッド予測に必要なとするBekkerのモデル中の土壌定数 $K_c$ ,  $K_\phi$ , 土壌指数 $n$ の計測には長さ100mm, 幅がそれぞれ50, 25mmの大小2枚の表面が滑らかな矩形板を用いた。矩形板は油圧シリンダで貫入し、応力は荷重計, ストレインメータ, XYレコーダで計測した。なお、矩形板貫入速度は10mm/sとした。矩形板の貫入深と応力値との関係を両対数で示した計測例を図4に示す。供試車輪の沈下量は実験に当たって、0.1mを越えることがないことを想定していたが、実験値を十分に包括するために、矩形板貫入深は0.1m強までの計測とした。

供試土壌では同一沈下量に対して矩形板間に応力差を認めた。図から明らかなように幅50mmの大型矩形板では直線関係にあった。25mmの小型矩形板では浅い範囲で直線関係が認められるが、全体では直線関係と認め難かった。この傾向は他の土壌条件でも観測された。しかし、これらの矩形板はSR-2型土壌抵抗測定器に付属する矩形板と同じ形状であり、各実験条件でのデータを共用できるという利点もある。そこで本研究では、幅50mmの矩形板より求めた直線の勾配を用いて幅25mmの矩形板に直線関係を当てはめ、それより試算した係数をモデルに導入することにした。計

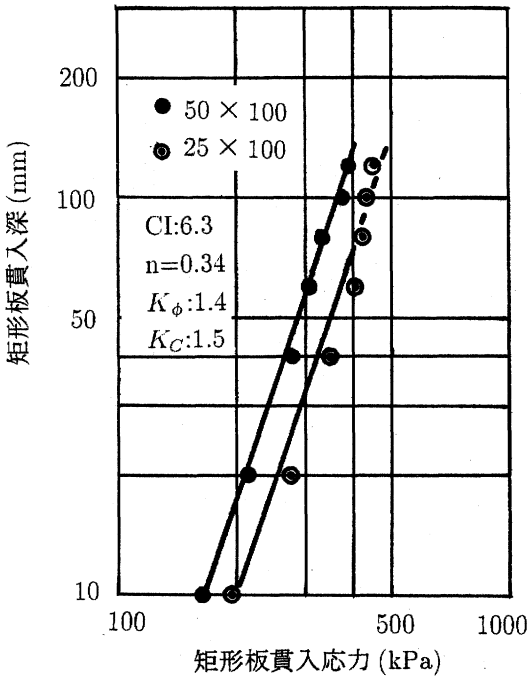


図4 大小2枚の矩形板を貫入したときの土壌応力測定例  
Fig. 4 Soil reactions on a couple of rectangular plates with different widths

表1 各土壌条件での  $K_C, K_\phi$  の値

Table 1  $K_C, K_\phi$  under various soil conditions

土壌条件 (MPa)	$K_C$	$K_\phi$
0.30	1.2	0.64
0.44	1.4	0.72
0.53	2.0	1.04
0.62	1.5	1.40

測値の平均から直線を求め、 $K_C, K_\phi$  の値を決定した。4種類の土壌条件での  $K_C$  および  $K_\phi$  の値を表1に示す。

4種類の土壌条件で得た  $n$  値の多くは0.34であったが、平均円すい指数0.44MPaの土壌条件では0.37となった。土壌密度を変えても  $n$  値は大きく変化する傾向にはなかった。

### 3. 予測方法

法線応力予測は以下のように進める。

- Bekkerのモデルで車輪沈下量を予測する。
- 沈下量からスキッドを予測する。
- 沈下量から最大接点角度を予測する。

d. 受圧リム応力を予測する。

## IV 実験結果及び考察

### 1. 沈下量

本モデルではまずBekkerのモデルから沈下量を予測し、その値から車輪と土壌との最大接点角度  $\theta_{max}$  を推定する。以下に車輪荷重を  $W$  としてBekkerのモデルを示す。

$$Z_0 = \left\{ \frac{3W}{b(3-n)(K_C/b + K_\phi)} \right\}^{2/(2n+1)} \quad (13)$$

図5にBekkerのモデルで予測した沈下量を実測値と対比して示す。観測した最大沈下量は80mmで、車輪直径に対して22%に相当する。このときの荷重は2.20kN、スキッドは0.412であった。

沈下量40mmまでは実測した沈下量より20%程度大きく予測する傾向があった。しかし、次節で述べるように、この沈下量予測モデルはスキッドを精度良く予測可能であるので、Bekkerのモデルの修正や他の沈下予測モデルを導入せず、そのまま用いることにした。

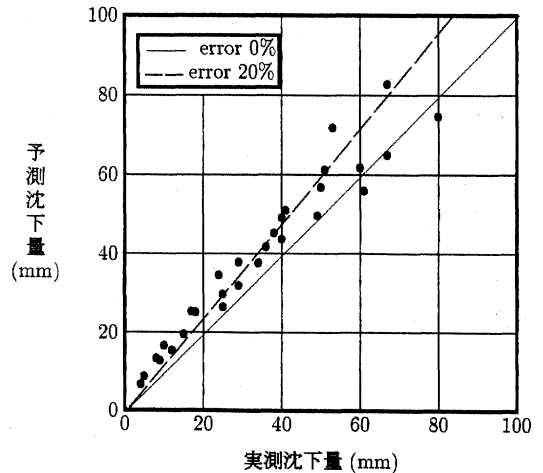


図5 Bekkerのモデルで予測した沈下量と実測値との対比  
Fig. 5 Comparison of the predicted sinkage with the measured sinkage for Bekker's model

### 2. スキッド

図6に予測スキッドを実測スキッドに対比させたスキッドモデルの予測精度を示す。前節で示したようにBekkerの沈下モデルは沈下量を20%程

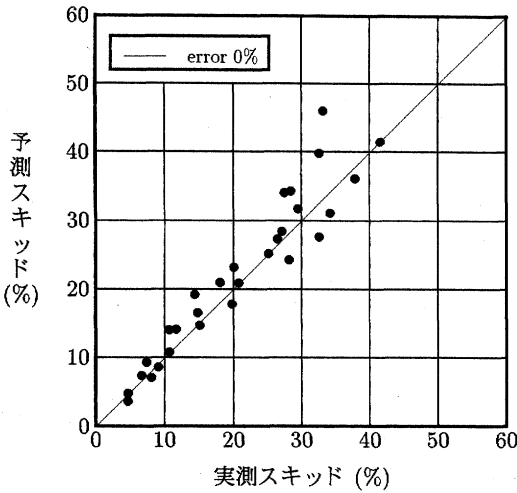


図6 提案モデルで予測したスキッド値と実測値との対比  
 Fig. 6 Comparison of the predicted skid with the measured skid for presented model

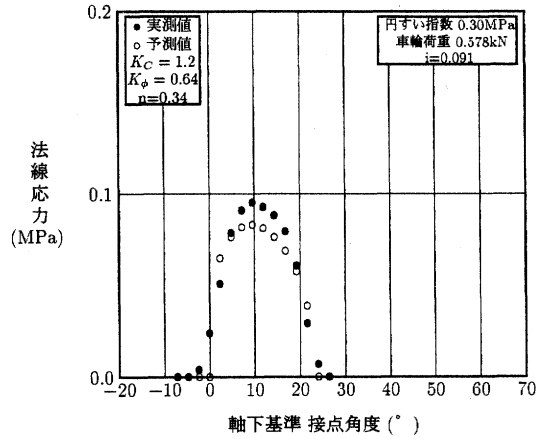
度大きく予測する。その沈下量を基礎として実験式(7)から算出したスキッドは同率の誤差を含むことが予想されたが、実際は良好な予測精度を示した。予測沈下量は実測値より20%程度大きくなることは前節で述べたが、これは実測値にリバウンドが含まれているためであると考えられる。現在、リバウンドを含まない沈下量測定法について検討中である。それに対して、スキッドの予測値は直接測定した値との比較であるので、リバウンドを含む沈下量よりスキッドを使う方が良い結果が得られると考え、法線応力予測モデルに使用する。

3. 法線応力

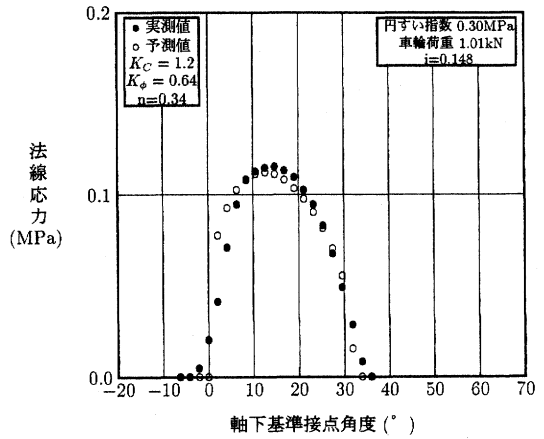
図7 a)からe)に平均円すい指数が0.30MPaの土壌条件における実用モデルの法線応力の全予測例を実測値および予測値を対比し示した。土壌の復元による応力を予測していないので、接点角度が0°以下の負の範囲については零で表現した。

また予測沈下量から求めた最大接点角度  $\theta_{max}$  は実測のそれに同等か、下回ることがあった。下回った場合、その間は法線応力の予測値を零で示した。

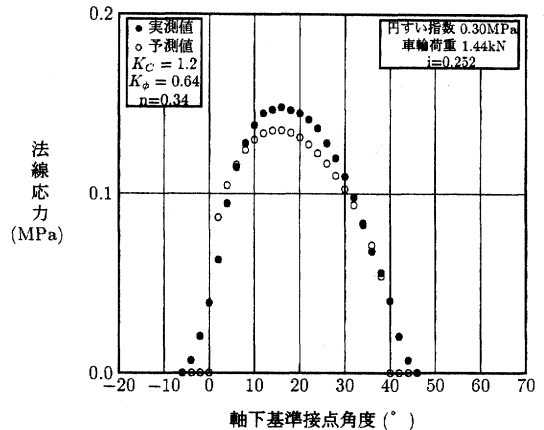
モデルは図に見るように、上に凸となる応力発生の特徴をよく予測している。e)図は予測最大応力が実測値に近い予測例であるが、応力が発生しはじめてから最大応力に達するまでの過程で応力



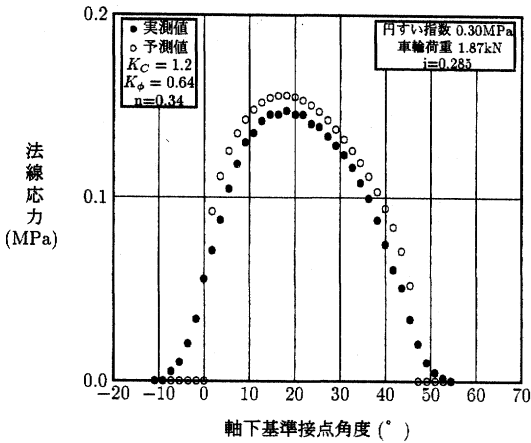
a) 0.578kN 車輪荷重における予測結果  
 a) Predicted distribution in case of 0.578kN wheel load



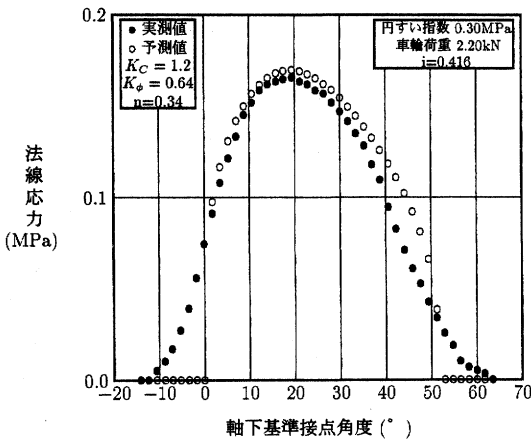
b) 1.01kN 車輪荷重における予測結果  
 b) Predicted distribution in case of 1.01kN wheel load



c) 1.44kN 車輪荷重における予測結果  
 c) Predicted distribution in case of 1.44kN wheel load



d) 1.87kN 車輪荷重における予測結果  
 d) Predicted distribution in case of 1.87kN wheel load



e) 2.20kN 車輪荷重における予測結果  
 e) Predicted distribution in case of 2.20kN wheel load

図7 実用モデルで予測した法線応力値と実測値との対比  
 Fig. 7 Comparison of the predicted and the measured radial stress for practical model

を大きく計算する傾向が見られた。このときの予測沈下量 $Z_0$ は75mm, また実測沈下量 $Z$ は80mmであった。また同図から算出した接触高さ $Z_H$ を車輪の低部からの高さとして求めると104mmであった。実測沈下量との差は24mmとして求められる。さらに土壌の復元 $Z_R$ は6mmと求められるので、競り上がり $Z_C$ は18mmとして求められる。

この競り上がりは、表面に近い土壌が破壊され上方へとはみ出したことがWongらの研究<sup>10)</sup>から推定される。今後、モデルの精度を上げるには車輪による土壌の競り上がりが発生している部分の応力をモデル化する必要があるが、競り上がりは

土性、車輪の形状や軸荷重などにより発生状況が異なり応力発生を定量定性化することは現在のところ非常に難しい。しかし、種々の条件での実験結果より経験式を求め、これを本研究で提案したモデルへ組み込むことが精度向上の一手段として考えられる。

4. 予測精度

次に、このモデルの最大法線応力、およびその発生角度の予測精度について検討する。

図8に初期モデルの最大法線応力を実測値に対比させて示す。予測法線応力値からピーク値を抜きだしたものであるが、初期モデルは実測値より小さく計算する傾向がある。具体的には200kPaでおよそ8%程実測値を下回っている。

図9に初期モデルと同様に、実用モデルの予測精度を示す。接線応力の垂直成分が(10)式に示したように $P_v$ の一分力となり、(11),(12)式のように法線応力への影響を考慮した結果、発生応力の大きな範囲で予測精度に改善が観られ、初期モデルよりも高い精度で予測可能である。

図10, 11に初期、実用モデルの最大応力発生角度の予測精度を示す。応力を車軸直下を基準とし、実測値と予測値の発生角度を比較すると、初期モデルの予測結果は全体に4°程度位相が遅れているが、実用モデルではほぼ一致した。

図12は、平均円すい指数0.62MPaの土壌条件

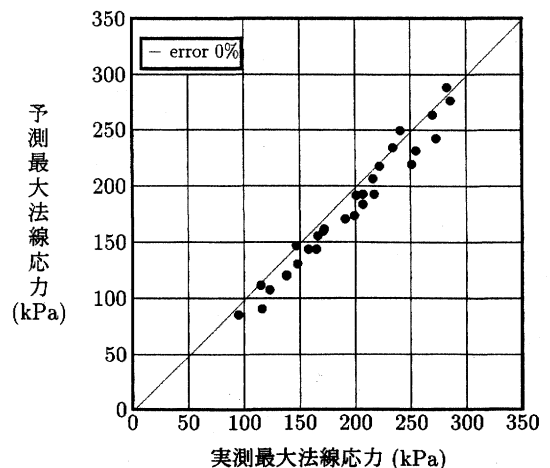


図8 初期モデルで予測した最大法線応力と実測最大法線応力との対比  
 Fig. 8 Comparison of the predicted maximum radial stresses by the initial model with the measured ones

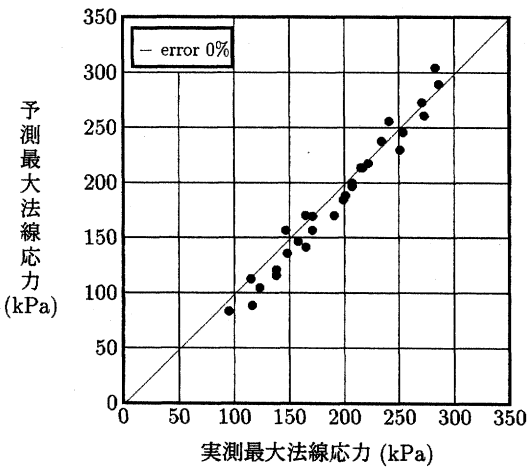


図9 実用モデルで予測した最大法線応力と実測最大法線応力との対比

Fig. 9 Comparison of the predicted maximum radial stresses by the practical model with the measured ones

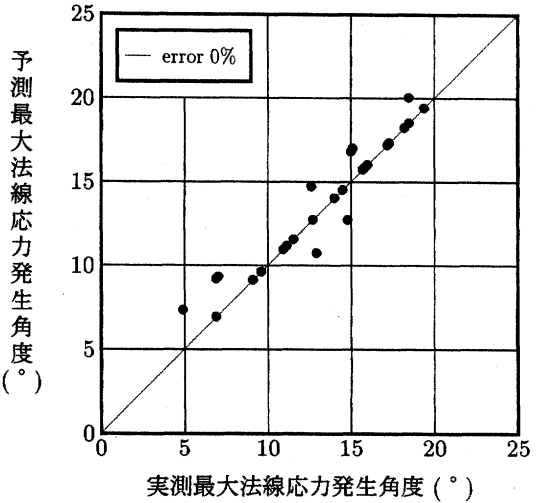


図11 実用モデルで予測した最大法線応力発生角度と実測値との対比

Fig. 11 Comparison of the predicted angle at the maximum radial stress by the practical model with the measured one

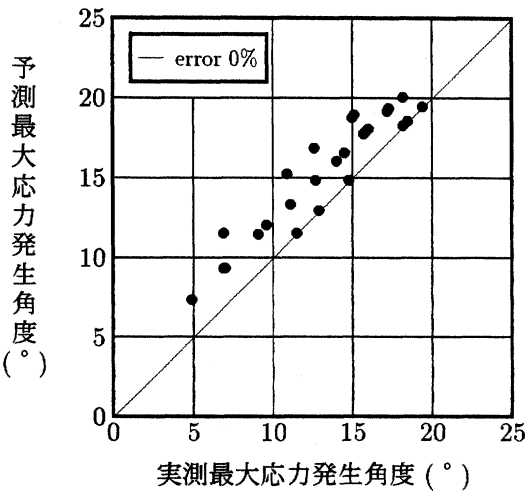


図10 初期モデルで予測した最大法線応力発生角度と実測値との対比

Fig. 10 Comparison of the predicted angle at the maximum radial stress by the initial model with the measured one

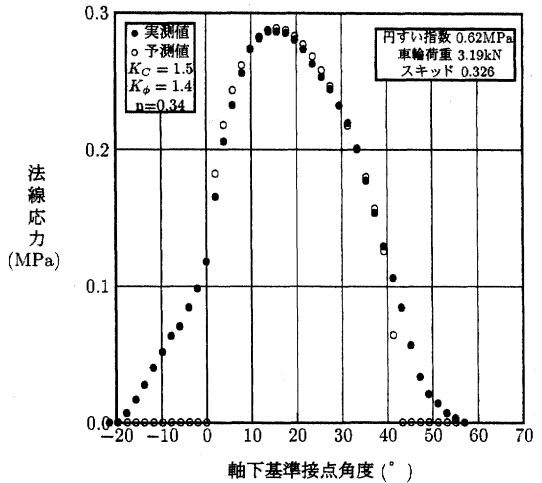


図12 実用モデルで予測した法線応力値と実測値との対比

Fig. 12 Comparison of the predicted radial stresses by the practical model with the measured ones

における実用モデルの法線応力予測の一例を実測値と予測値を対比して示した。図7に示した例では、応力の発生からピークに至る過程では予測値が実測値より大きくなる傾向であるが、図12に示したように高い精度で予測可能である。

### V 摘 要

本研究で提案した法線応力予測法は、車輪およ

び土壌条件からまず沈下量を予測し、これを用いて車輪に作用する土壌応力を予測する2段階構成になっている。沈下量そして土壌応力については逐次研究されており、新しい提案がされた段階で、本予測システムに即導入可能である。

現段階で提案されているBekkerのモデルを基本として提案された法線応力予測モデルの精度を



検討するとき、応力発生のパーク値を的確に表現することは最も重要な一項目である。本研究で提案した実用モデルはパーク値とその発生位置を高い精度で予測できた。

また、モデルの精度向上には接線方向応力の垂直成分を無視できないが、本研究では接線応力モデルの開発には至っておらず、今後の研究課題と考えている。代替の一予測法として、実験から得た経験則を適用した法線応力予測モデルを提案し検討した結果、予測モデルとして実用的であることが実証された。応力の発生からパークに至る過程では予測値を大きく計算することもあったが、高い精度で予測できるモデルであることを最後に強調し、今後、変形を伴う農用車輪への適用を検討する予定である。

### 謝 辞

筆者は帯広畜産大学 谷口哲司教授には懇切丁寧なご指導を頂いたことを記して謝意を表す。近畿大学の伊藤博通氏に本モデルを構築する際に重要なご指摘を頂いたことを記して謝意とする。

### 参 考 文 献

- 1) Krick, G. : Radial and Shear Stress Distribution under Rigid Wheels and Pneumatic Tires Operating on Yielding Soils with Consideration of Tire Deformation, J. Terramechanics, 6(6), 73-98, 1969
- 2) Wong, J., Reece, A.R. : Prediction of Rigid Wheel Performance Based on the Analysis of Soil-Wheel Stresses Part 1, J. Terramechanics, 4(1), 81-98, 1967
- 3) Bekker, M.G. : Theory of Land Locomotion, Univ. of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan, 1956
- 4) Pope, R.G. : The Effect of Sinkage Rate on Pressure, Sinkage Relationships and Rolling Resistance in Real and Artificial Clays, J. Terramechanics, 6(4), 31-38, 1969
- 5) Pope, R.G. : The Effect of Wheel Speed on Rolling Resistance, J. Terramechanics, 8(1), 51-58, 1971
- 6) 大友功一：農用地における車輪の転がり抵抗予測に関する研究，北海道大学博士論文，1986
- 7) Onafeko, O., Reece, A.R. : Soil Stress and Deformations beneath Rigid Wheels, J. Terramechanics, 4(4), 59-80, 1967
- 8) 土谷富士夫，力示雅之，松田 豊：火山灰土の水分特性が力学特性におよぼす影響，帯大研報，11，353-363，1979
- 9) 大友功一，小野哲也，谷口哲司：トラクタのけん引特性に関する研究（第4報），農機北支報，23，77-83，1982
- 10) Wong, J., Reece, A.R. : Prediction of Rigid Wheel Performance Based on the Analysis of Soil-Wheel Stresses Part 2, J. Terramechanics, 4(2), 7-25, 1967

(原稿受理：1998年3月18日・質問期限：1999年7月31日)